

表計算ソフトを用いた中国音律学の理解

——六十律や律呂隔八相生図をめぐる——

明 木 茂 夫

はじめに

中国の絶対音高たる十二律は三分損益により求められる。弦あるいは管の長さを三分の一増す、即ち三分の四とするのが三分益一、三分の一を減ずる、即ち三分の二とするのが三分損一である。三分益一により音程は完全四度低くなり、三分損一により音程は完全五度高くなる。これを「黄鍾」から十一回繰り返して「仲呂」まで、十二の律の音高を求めるのである。

ところが十二回目の三分損益で得られた音程は「黄鍾」と少しずれる。「黄鍾」の律管長九寸に対して、十三番目の律の値は「八.八七八八六三…」となる。つまり十二律は三分損益では厳密には循環しない。そのため古人は苦心を重ね、前漢の京房の「六十律」が生まれ、宋の銭楽之の「三百六十律」が生まれ、ついに明の朱載堉の「平均律」の結実を見るのである。この中国音律学の思想史的意義は堀池信夫氏の一連の研究、「京房の六十律 — 両漢経学の展開と音律学 —」⁽¹⁾ や『漢魏思想史研究』⁽²⁾ により見事に解き明かされており、また中国音律学の音楽学的研究は田邊尚雄氏の『音楽理論』⁽³⁾ により完成されていて、どちらもこの分野のバイブルと言ってよい。小論も両先生の掌上を一步も出るものではない。

そこで小論が試みようとしているのは、こうした音律学の理解の工具として、コンピュータの表計算ソフトを用いてみる、という方法である。三分損益は基本的には乗除の演算であるから、それ自体はさほど複雑ではない。しかしこれを繰り返していくと、その計算量は膨大なものになる。さらに問題となるのはその誤差の処理であろう。既に四捨五入した値に更に演算を重ねれば、その誤差の蓄積は相当に大きくなるであろうことは想像に難くない。音律学で言えば、律の音程順序を狂わせる誤差は絶対に許されない。銭楽之三百六十律は、西洋音楽風に言えば「ド」と「ド[#]」の間の半音程をさらに三十四に細分するのであるから、計算誤差はその音程差を上回ってはならないわけである。田邊尚雄氏は三百六十律について前掲書で

三分損益法が 359 回重複されるのであるから、その誤差や検算の労は莫大である。いま私はこの値を計算するのに 7 桁の対数を用いた。それゆえ 8 桁目において 5 以内の誤差がある。ゆえにこれを 360 回重複するから 5 桁目において多くとも 1.8 以内の誤差がある。そこで音程値はその 4

桁に止めて5桁目で4捨5入をしたから、その4桁目の数字には多くとも0.7以内の誤差があるに過ぎない。

と述べておられる⁽⁴⁾。

京房六十律について言えば、『統漢書律曆志』上（以下『統漢志』と言う）に⁽⁵⁾

十七万七千一百四十七を得て、是黄鍾の実と為す。……万九千六百八十三を得て、法と為す。（得十七万七千一百四十七，是為黄鍾之実……得万九千六百八十三為法。）

とある。「実」とは割り算の割られる数、即ち「分子」、「法」とは割り算の割る数、即ち「分母」のことである。即ちこれは六十律の第一律「黄鍾」の律管長「九」を「一万九千六百八十三分の十七万七千一百四十七」と置く、つまり

$$9 = \frac{177147}{19683}$$

として、その分母のみで演算を行うということである⁽⁶⁾。『統漢志』が「実」をこのように大きな値にとっているのも、その端数の処理をできるだけ合理的に行うためであるが、しかしそれでさえ端数が出ないのは十二律の範囲までで、相生順の第十三律では早くも小数点以下の数値が現れる。

古人の計算能力の高さのみならず、彼らが実に科学的な態度と非常な情熱とを以てこの問題に取り組んだことが伺えるが、今我々がその演算と思考の流れを追体験しようとしても、これはなかなか容易なことではない。電卓でも演算の手順を熟慮しないとすぐに表示桁が足りなくなろうし、また「3の何十乗分の…」という計算を行うにはよほど慎重に電卓を打たなければたちまちミスを生じるであろう。

そこでコンピュータを工具として用いてみようというわけである。表計算ソフトのシート上にこうした演算を展開することは、その高い計算精度と計算速度以外にも、音律学的には次のような利点が考えられる。

○誤差が蓄積しないこと

まず何より誤差が蓄積しないことである。三百六十律の最後の律であろうと、その計算精度は最初の三分損益の計算と変わらない。

○ソートが自在に行えること

音律学では特にこれが重要で、一度演算式を入力してしまえば、三分損益の相生順序であろうと、律管長の順つまり音程順であろうと、部分的に或いは全体的に、自由に並べ替えができる。

○様々な演算が同時に行えること

そもそも音程というのは相対的な値であり、ある音と別の音との振動数の比である。これを数値で示すための方法は一通りではなく、前掲田邊氏によると「対数值」「八度値」「千分八度値」「セント値」或いは「角度値」と様々な公式がある⁽⁷⁾。例えて言うなら、教会の天井まで届くオルガンのパイプを1 cm 伸ばしても音程はそれほどずれないだろうが、小さなピッコロでは同じ1 cm でも影響が大きいように、音程は長さの足し算引き算ではないのである。表計算ならば各種の演算を入力してしまえば、さまざまな表示の仕方をを用いることができる。

○計算の過程が一目瞭然であること

三分損益の大原則は、常に八度をはみ出さないということである。つまり「黄鍾」以上「清黄鍾」未満の範囲、西洋音楽風に言えば「ド」から一オクターブ高い「ド」までの範囲で行われるということである。三分損一により「清黄鍾」より高い音を生ずる、即ち律管長が「四.五寸」を下回る場合は、代わりに三分益一を行い一オクターブ下がる。つまり三分損一と益一は必ずしも交互には行われないのである。表計算ならば、ある律を求めるのに損一と益一をそれぞれ何回行っているかが分かりやすいし、そもそも入力の際にも、いつ損一と益一が交代するかが見通しやすく、誤入力を避けられる。

こう考えると、一番いいのは自分でプログラムを組むことだが、一般のコンピュータユーザーには難しい。市販の表計算ソフトを用いてもその計算精度が十分ならば、古人の音律学の世界を追体験でき、あるいはそこに新たな発見もあるかもしれない。小論ではまず京房の六十律を表計算シートに展開し、試みにこれを用いて『統漢志』の数字の校訂、南宋張炎『詞源』所収「律呂隔八相生図」の空格、という二つの問題を考えてみたいと思う。錢樂之の三百六十律は隋書律曆志にその律の名称のみ音程順に記されている。これを表計算により数値化することも重要な課題なのであるが⁽⁸⁾、紙幅の関係で別稿に譲る。

表計算シートによる六十律の展開

京房の六十律を表計算ソフトに入力する手順は以下のとおりである⁽⁹⁾。

(1) 『統漢志』に従い、律名とその本文に於ける配列順(即ち音程順)の番号を入力する。この番号により後のソートに備える。また必要に応じて「実」「律」「準」の数値を入力しておく。(図1)

	A	B	C	D	E
1	音程順番号	律呂名	統漢志の實の値		
2	1	黄鍾	177,147		
3	2	大呂	176,776		
4	3	姑洗	174,762		
5	4	中呂	172,410		
6	5	蕤賓	170,089		
7	6	林鍾	167,800		
8	7	夷則	165,888		
9	8	南呂	163,654		
10	9	黄鍾	161,452		

(2) 次に各律を算出する為の演算式を入力する(具体的な式については後述)。その場合、第一律「黄鍾」に与える値としては、「1」(管や弦の発音体の長さの比の値)、「律管長」、『統漢志』の「実」、あるいは何らかの「音程値」(田邊氏第2章§3を参照)等、いずれも選択可能であるが、どのみち後で必要に応じて変換可能である。ここではとりあえず律管長「9」(寸)と『統漢志』の実「十七万七千一百四十七」を与える。(図2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	相生順番号	分母(3のn乗)	分子の乗数	律の値	實の値		統漢志の律と実の値
2	1			9.00000000000000	177147.00		
3	2	1	2	6.00000000000000	118098.00		
4	3	2	4	8.00000000000000	157464.00		
5	4	3	2	5.33333333333333	104976.00		
6	5	4	4	7.11111111111111	139968.00		
7	6	5	2	4.74074074074074	93312.00		
8	7	6	4	6.32098765432099	124416.00		
9	8	7	4	8.42798353909465	165888.00		
10	9	8	2	5.61865569272977	110592.00		
11	10	9	4	7.49154092828969	147456.00		

(3) 2により算出した数値に対してソートの番号(即ち三分損益の相生順)を付し、後のソートに備える。さらに算出した一連のセルを一度クリップボードにコピーし、「形式を選択して貼り付け」により「値」として張り付け、そうした上で「大→小」の降順にソートしておく。(図3)

演算値の降順のソート			
	A	B	D
1	相生順番号	算の値	律の値
2	1	177,147.0	9.00000000000000
3	54	176,777.5	8.98122641631580
4	13	174,762.7	8.87886331690630
5	25	172,410.4	8.75935708892270
6	37	170,089.8	8.64145937072432
7	49	167,800.5	8.52514851236226
8	8	165,888.0	8.42798353909465
9	20	163,655.2	8.31454598675085
10	32	161,452.5	8.20263526205473
11	44	159,279.4	8.09223081446887
12	3	157,464.0	8.00000000000000
13	56	157,135.5	7.98331237005849
14	15	155,344.6	7.89232294836115
15	27	153,253.7	7.78609519015351
16	39	151,191.0	7.68129721842162
17	51	149,156.0	7.57790978876646
18	10	147,456.0	7.49154092363969

(4) 3を1で入力した律名に対して貼り付ける。(図4)

音程順番号	律呂名	相生順番号	純漢志の算の値	演算による算の値	演算による律の値
1	黄鐘	1	177,147	177,147	9.00000000000000
2	色育	54	176,776	176,777	8.98122641631580
3	蕤始	13	174,762	174,763	8.87886331690630
4	丙盛	25	172,410	172,410	8.75935708892270
5	分動	37	170,089	170,090	8.64145937072432
6	質末	49	167,800	167,800	8.52514851236226
7	大呂	8	165,888	165,888	8.42798353909465
8	分否	20	163,654	163,655	8.31454598675085
9	夾陰	32	161,452	161,452	8.20263526205473
10	少出	44	159,280	159,279	8.09223081446887
11	太簇	3	157,464	157,464	8.00000000000000
12	未知	56	157,134	157,136	7.98331237005849
13	時息	15	155,344	155,345	7.89232294836115
14	屈齊	27	153,253	153,254	7.78609519015351
15	隨期	39	151,190	151,191	7.68129721842162
16	形晉	51	149,156	149,156	7.57790978876646
17	夾鐘	10	147,456	147,456	7.49154092363969
18	闕時	22	145,470	145,471	7.39070754377853
19	族嘉	34	143,513	143,513	7.29123134404865
20	爭南	46	141,582	141,582	7.19309405730566
21	姑洗	5	139,968	139,968	7.11111111111111
22	商姑	59	139,674	139,676	7.09627766277421

この番号により、必要に応じて音程順或いは相生順のソートできる。

但しこの演算に於いて注意しなければならないことがある。コンピュータのソフト上での計算精度である。即ち小数点以下何桁までが信用できる数値かはソフトとしての精度の限界による、ということである。しかしどの桁までが有効な値であるかは我々一般のコンピュータユーザーにはわかりにくい。そこで次のような方法でその有効桁数のおおまかな見極めをつけてみたい。

既に見たようにある律の管長は三分損一(三分の二を乗ずる)をn回、三分益一(三分の四を乗ずる)をm回行うことで求められる。即ち律管長Lは

$$L = 9 \times \frac{2^n \times 4^m}{3^{n+m}}$$

である。ところでこの演算を順に行う為の表計算の演算式は一通りではない。今試みに三種類の演算式を入力してみた(図5参照)。まず既に入力した律呂名・音程順番号・相生順番号の他に、演算の便

のために分母（3のn乗）を求めるための整数n（1、2、3、…）を列Dに、分子を求めるための乗数（2×4×2×4…）を列Eに、分母を求めるための乗数（3×3×3×3…）を列Fに、それぞれあらかじめ入力しておく。今「中呂」（行13）を例にとって説明する。

図5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	音程順	律呂名	相生順	分母(3のn乗)	分子の乗数	分母の乗数	演算式(1)	演算式(2)	演算式(3)
2	1	黄鐘	1				9.000000000	9.000000000	9.000000000
3	36	林鐘	2	1	2	3	6.000000000	6.000000000	6.000000000
4	11	太簇	3	2	4	3	8.000000000	8.000000000	8.000000000
5	46	南呂	4	3	2	3	5.333333333	5.333333333	5.333333333
6	21	姑洗	5	4	4	3	7.111111111	7.111111111	7.111111111
7	56	應鐘	6	5	2	3	4.740740740	4.740740740	4.740740740
8	31	蕤賓	7	6	4	3	6.320987654	6.320987654	6.320987654
9	7	大呂	8	7	4	3	8.427983539	8.427983539	8.427983539
10	42	夷則	9	8	2	3	5.618655692	5.618655692	5.618655692
11	17	夾鐘	10	9	4	3	7.491540923	7.491540923	7.491540923
12	52	無射	11	10	2	3	4.994360615	4.994360615	4.994360615
13	27	中呂	12	11	4	3	6.659147487	6.659147487	6.659147487
14	3	執始	13	12	4	3	8.878863316	8.878863316	8.878863316
15	38	去滅	14	13	2	3	5.919242211	5.919242211	5.919242211
16	13	曉曲	15	14	4	3	7.892222948	7.892222948	7.892222948

セルG13には演算式(1) =G12*E13/3が入力されている

セルH13がアクティブの状態

セルI13には演算式(3) =9*PRODUCT(\$E\$3:E13)/POWER(3,D13)が入力されている

演算式（1） 一つ上のセルに対して三分損益を順次行う演算式

一つ前のセルに対して二を掛けて三で割る（三分損一）、或いは四を掛けて三で割る（三分益一）、という演算を一回行って次の律を求める演算式である。三分損益の相生順で第十二律の「中呂」（セルG13）の例においては、「一つ上のセルG12（「無射」）に対して4を乗じ（セルE13）3で除する」という演算式

$$=G12 * E13 / 3$$

を入力する。分子に数字を直接入力せず、あらかじめ列Eに入力した数字（3或いは4）を用いたのは、入力の便のため⁽¹⁰⁾と、既に述べたように、三分損一と益一が必ずしも交互に行われないことから来る入力ミスを防ぐためである。

演算式（2） 第一律黄鐘の九寸に対して2/3と4/3を順次全て乗ずる演算式

黄鐘の値に対して三分の二と三分の四を、三分損益の回数分全て掛けるという演算である。

「中呂」（セルH13）の例に於いては、 $9 \times (2 \times 4 \times 2 \times 4 \dots) \div (3 \times 3 \times 3 \times 3 \dots)$ の演算式を入力することになるが、乗数が大きくなった際の入力ミスを防ぐため、あらかじめ入力してある乗数の列のセルの数値を用いる。すなわち入力する演算式は

$$= 9 * (E13 * E12 * E11 * E10 * E9 * E8 * E7 * E6 * E5 * E4 * E3) / (F13 * F12 * F11 * F10 * F9 * F8 * F7 * F6 * F5 * F4 * F3)$$

となる。

演算式 (3) 関数 PRODUCT と POWER を用いる。

9 × (4 と 3 の三分損益回数分の積) ÷ (3 の三分損益回数乗) という演算を、関数を用いて記述するのである。「PRODUCT」は引数の積を返す関数で、PRODUCT (A : Z) によりセル A からセル Z までの数の積 (A × B × C × …… × X × Y × Z) を演算する。「POWER」は累乗を返す関数で、POWER (a, b) は a の b 乗 (a^b) である。よって 9 に三分損益の回数だけ 4 と 3 を掛け、3 の三分損益の回数乗で割るのであるから、「中呂」(セル I 13) の例では

$$= 9 * PRODUCT(\$E \$3 : E 13) / POWER (3, D 13)$$

という演算式を入力する (\$ はカーソルの絶対アドレス)。

上記いずれの演算式も表計算上の表記の違いであって、行っている演算それ自体は完全に同じであり、演算結果も当然同じ値を得られるはずである。しかるに、次の図 6 の「盛變」律 (音程順 33、相生順 19) をご覧頂きたい。

- 式 (1) による演算結果 6.23590949006314
- 式 (2) による演算結果 6.23590949006313
- 式 (3) による演算結果 6.23590949006313

下線の如く、小数点以下 14 桁目で異なる値が現れていることが分かる。これがソフトの計算精度をオーバーしたことから生じている現象だと考えられる。今試みに式 (1) の結果から (2) と (3) の結果をそれぞれ引いてみる。図 6 の「盛變」の行のセル F 20 (=C 20 - D 20) と G 20 (=C 20 - E 20) である。いずれも「0」となり、「0.00000000000001」は現れてこない。ゆえに式 (1) (2) (3) の数値の差異は、セルに現れる演算結果の現れ方にあるのであり、演算そのものに誤りがあるのではないと考えることが出来る。

他にも同様の矛盾は以下の五つの律に現れた。

図 6

律呂名	相生順番号	演算式(1)	演算式(2)	演算式(3)		
結躬	16	5.26154863224077	5.26154863224077	5.26154863224077		
變虞	17	7.01539817632103	7.01539817632103	7.01539817632103		
遲内	18	4.67693211754735	4.67693211754735	4.67693211754735		
盛變	19	6.23590949006314	6.23590949006313	6.23590949006313	0.0000000000000001	0.0000000000000000
分否	20	8.31454598675085	8.31454598675085	8.31454598675085		
解形	21	5.54303065783390	5.54303065783390	5.54303065783390		
開時	22	7.39070754377853	7.39070754377853	7.39070754377853		
開掩	23	4.92713836251902	4.92713836251902	4.92713836251902		
南中	24	6.56951781669203	6.56951781669203	6.56951781669203		
丙盛	25	8.75935708892270	8.75935708892270	8.75935708892270		
安虞	26	5.83957139261514	5.83957139261513	5.83957139261513	0.0000000000000001	0.0000000000000000
屈齊	27	7.78609519015351	7.78609519015351	7.78609519015351		
歸期	28	5.19073012676901	5.19073012676901	5.19073012676901		
歸時	29	6.92097350235868	6.92097350235868	6.92097350235868		
未育	30	4.61398233490579	4.61398233490578	4.61398233490578	0.0000000000000001	0.0000000000000000
離宮	31	6.15197644654105	6.15197644654105	6.15197644654105		
添除	32	8.20263526205473	8.20263526205473	8.20263526205473		

安度（音程順 39、相生順 26）

$$\text{式 (1)} \ 5.83957139261514 \quad \text{式 (2)(3)} \ 5.83957139261513$$

未育（音程順 59、相生順 30）

$$\text{式 (1)} \ 4.61398233490579 \quad \text{式 (2)(3)} \ 4.61398233490578$$

分動（音程順 5、相生順 36）

$$\text{式 (1)(2)} \ 8.64145937072433 \quad \text{式 (3)} \ 8.64145937072432$$

分積（音程順 45、相生順 45）

$$\text{式 (1)(3)} \ 5.39482054297925 \quad \text{式 (2)} \ 5.39482054297924$$

分鳥（音程順 57、相生順 59）

$$\text{式 (1)} \ 4.73085177484947 \quad \text{式 (2)(3)} \ 4.73085177484948$$

いずれも小数点以下 14 桁で矛盾が生じていることが分かる。ここから、少なくとも小論で扱う六十律の範囲では、そのソフト的誤差は 10 のマイナス 14 乗である、と大雑把に考えて差し支えない。ちなみに音程順に隣接する律の値の差は最小で 0.009889 ほどであるから、10 のマイナス 14 乗は律の音程順に矛盾を生じる誤差では全くない。

そこで以降は特に断らない限り、入力の便を考えて関数 PRODUCT と POWER を用いる (3) の演算式を用い、その有効桁数を小数点以下 13 桁までとして考察を続けることとしよう。

『統漢志』の検証

前章で作成した六十律用表計算シートは、計算精度の上でも一応実用に足るものであることが確かめられたので、いよいよこのシートを用いて京房の六十律を検証してみることにする。

まず『統漢志』の数字の校訂の問題である。図 4 のシートにより、底本とした中華書局校点本『後漢書律曆志』の六十律それぞれの律の「実」の値と、表計算による演算結果に、いくつか一致しない個所が見いだされた。以下列挙する。

音程順	律名	相生順	統漢志による実の値	表計算による演算結果 ⁽¹⁾
2	色育	54	176,776	176,777
3	執始	13	174,762	174,763
5	分動	37	170,089	170,090
8	分否	20	163,654	163,655
10	少出	44	159,280	159,279
12	未知	56	157,134	157,136
13	時息	15	155,344	155,345
14	屈齊	27	153,253	153,254
15	隨期	39	151,190	151,191
18	開時	22	145,470	145,471

22	南授	58	139,674	139,676
24	路時	29	136,225	136,226
26	依行	53	132,582	132,583
32	南事	60	124,154	124,156
37	謙待	55	117,851	117,852
45	分積	45	106,187	106,186
53	閉掩	23	96,980	96,981
54	鄰齊	35	95,675	95,676
57	分鳥	59	93,116	93,117

これらの誤差の内「南授」(音程順 22)・「分積」(音程順 45)・「分鳥」(音程順 57)の三律には中華書局による「校勘記」があり、いずれも『集解』の校訂により文字を補訂している。よってこの誤差は『集解』の引く先人の計算誤差を引きずったものであろう。

考えるに、この誤差は古人の単なる計算ミスと見なしていいものであろうか。おつむの出来は古人に比すべくもない筆者が唯一古人に対して有利なのは、コンピュータという道具を使える点しかない。繰り返しになるが、筆算や算盤或いは電卓による計算に対して、コンピュータの表計算を使う利点は、計算精度や計算速度以外にも、「誤差が蓄積しない」とこと「数値の変更やソートが容易」なことである。そこでこの古人の数値の誤差が「誤差の蓄積」によるものではないかどうかを演算方法を変更しつつ考証してみよう。

図 5・6 で示した演算式 (1) は一つ前のセルに対して順次三分損益を行う演算式であったが、その一つ前のセルに入力されているのが「演算式」である以上は、演算に対して演算を加える結果となり誤差は蓄積しない。しかし端数の四捨五入や切り上げ切り下げが行われている一つ前のセルの数値に対して演算が行われれば、誤差が蓄積してしまう。

次の図 7 をご覧頂きたい。『統漢志』の実の値・「前の律の誤差を含んだ演算」・「表計算による実の値」の三者を比較するためのシートである。「前の律の誤差を含んだ演算」とは、ある律の一つ前の律を、第一律から連続した演算結果に対して三分損益を行うのではなく、律曆志に記載された一つ前の律に対して行う演算、即ち相生順 9 の「夷則」(セル F 10) の例では

$$\text{律曆志記載の一つ前の律の値} \times \frac{\text{三分損益の分子}}{3}$$

つまり

$$= +F 9 * E 10 / 3$$

の演算を行うのである。一つ前の値の端数が四捨五入や切り上げ切り下げの行われた数値であれば、当然誤差が蓄積する。

図7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	音程順番号	律呂名	相生順番	分母(3のn乗)	分子の乗数	統漢志の實の値	前の律の誤差を含んだ演算	表計算による實の値
9	7	大呂	8	7	4	165888	165888.00	165888.00
10	42	夷則	9	8	2	110592	110592.00	110592.00
11	17	夾鍾	10	9	4	147456	147456.00	147456.00
12	52	無射	11	10	2	98304	98304.00	98304.00
13	27	中呂	12	11	4	131072	131072.00	131072.00
14	3	執始	13	12	4	174762	174762.67	174762.67
15	38	去減	14	13	2	116508	116508.00	116508.44
16	13	時息	15	14	4	155344	155344.00	155344.59
17	48	結絃	16	15	4	セルG14の値の小数点以下を切り捨てるとF14の値になる。	102562.06	102562.06

そうした上で数値を一覧すると、上記の誤差については次のことが言えそうである。

○一つ前の値の誤差が蓄積した例

相生順 54 の「色育」では

統漢志の實	表計算による演算結果
176776	176777.479 …

その相生順で一つ前の律 53 「依行」の『統漢志』の實の値は「132582」であるから、これに対して三分益一を行えば

$$132582 \times \frac{4}{3} = 176776$$

となり『統漢志』の演算はこの限りでは間違っていない。しかし「依行」の表計算による演算値は「132583.109…」であるから『統漢志』の「色育」の値はこの「依行」の誤差を含んでしまっているのである。

○端数を切り捨てている例

また相生順 13 の「執始」では（上の図7を参照）

統漢志の實	表計算による演算結果
174762	174762.666 …

「四捨五入」という端数の処理方法が古代中国でいつ頃から行われていたか、寡聞にして知らないが、少なくとも『統漢志』のこの律の数値は「四捨五入」ではなく、端数の「切り捨て」によっているようである。

以上を要するに、相生順 45 「分積」が一つ前の「少出」の『統漢志』の律に対して三分損一を行った値「106186.666…」の端数を「切り上げ」しているのを例外として除くと、上記の誤差全ては、

相生順で一つ前の『統漢志』の律の数値に対して演算を行い（即ち誤差が蓄積する計算方法で）、且つ小数点以下の端数を「切り捨て」る。

という計算方法によった結果であると説明できる。

しかしその他底本と表計算の結果が一致した律の中には、「誤差の蓄積しない演算方法により、且つ端数を四捨五入した結果」と一致するものもある。例えば相生順 24 「南中」では

統漢志の實	表計算による演算結果
129308	129307.819 …

となっている。思うに、非常に煩雑な六十律の算出という作業は、或いは複数の人員により分担して計算され、そのため計算方法や端数の処理に不一致が生じたのかもしれないが、もちろんこれは想像の域を出ない。

ではこの「実」の誤差は全体から見ればどの程度の大きさか、と言うと、この「実」の値の誤差1を律管長に直してみると、

$$9 \times \frac{1}{177147} \doteq 0.00048457$$

となる。既に触れたように、音程順に隣接する律の値の差は最小で0.009889ほどであるから、この誤差も数値的には僅かで、律の音程順序に影響を与えるレベルにはない。古人の業績に対して重箱の隅をつつくようで心苦しいが、しかしあくまで演算による文字の校訂という点から、コンピュータを用いた計算結果と従来の校訂を今一度つき合わせてみることに価値がないとは言えない。

張炎『詞源』巻上「律呂隔八相生図」の空格の検証

ではこうした表計算シートを用いて今ひとつの問題、「律呂隔八相生図」について考えてみることにしよう。

「律呂隔八相生図」は十二律を円形に配した図で、第一律「黄鍾」から第十二律「応鍾」に至り、再び「黄鍾」に循環する相生を視覚的に理解できるようになっている。他にも十二律と七声の配置を視覚的に理解するために、十二律を外周に、七声を内周に、それぞれ配置する同心円上の図も、古来よく用いられている⁽¹²⁾。

ここで問題にしたいのは、南宋張炎の詞論書『詞源』巻上所収の「律呂隔八相生図」である。通常なら十二の律が等間隔に配置されるべき所であるが、この『詞源』の律呂隔八相生図では「南呂」と「無射」の間に謎の空格がある。この図の内周の円には十二支が置かれているのであるから、空格一つを加えて十三となる十二律の同心円は、内周とずれてくる。これを『詞源』の各伝本及び注釈書について見てみると、概ね以下のようなになる。なお版本の番号及び略称は詞源輪読会編『張炎詞源訳注稿』⁽¹³⁾による⁽¹⁴⁾。

○十二律の外周に空格があり、内周の十二支とずれているもの

秦本 ①静嘉本 ②宛本 ③范本 ⑤粵本 ⑥楡本 ⑦思賢本
⑧呉本 a b 詞源解箋⁽¹⁵⁾

○律呂の空各を削除し、中央の十二支と合わせているもの

④守本 ⑨疏證本 a b ⑩叢編本(甲) a b ⑪叢編本(乙) ⑬國本 詞源斟律⁽¹⁶⁾

一見して分かるように、比較的新しい本は空格を誤りとして、意図的に削除しているようである⁽¹⁷⁾。

清の鄭文焯の『詞源斟律』巻一は

旧本の律曆や音曲はすべて浅はかな人が書き写したもので、校訂者も燕楽の音符を知らずに、誤脱して伝えられたものである。今これを正して旧に復した。(旧本律曆楽色悉為浅人羈乱鈔者、校

者不識燕楽字譜，雜連凶乙訛謬相承。今並改正以復旧觀。）

と述べ、また⑨蔡植撰『詞源疏証』は

後に鄭叔問（文焯）の考定を経て、その著書『詞源斟律』に収められ、やっと旧に復した。ここに『斟律』に基づいて原本を改訂し…（後経鄭叔問考定，載入所著詞源斟律，始復旧觀，茲拋斟律改訂原本…）

として、両者とも空格を誤りとしてあっさり削除してしまっている。

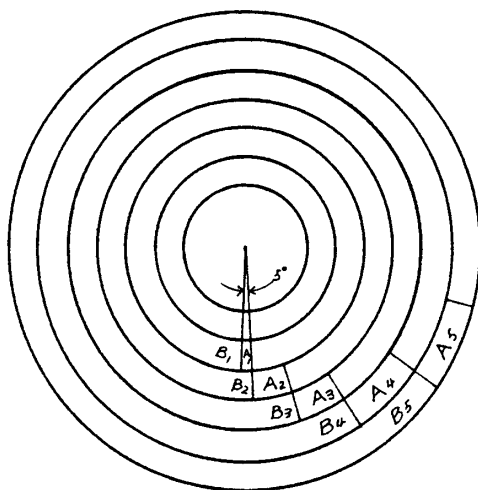
空格を含む諸本は恐らく単に先行する本をそのまま襲ったと考えられるが、ひとりこの空格には意味があると積極的に認めておられるのが、鄭孟津氏の『詞源解箋』である。

では鄭氏の『詞源解箋』はこの空格にいかなる意味を認めているのであろうか。鄭氏は第三章「律呂隔八相生図」【解】（一一五頁）で、

この謎を解くにはまず前文の十二律相生表に見える清黄鍾と正黄鍾の間の「音差」を顧みなければならぬ。正黄鍾は九寸、その半律は四寸五分だが、三分損益によると四. 四三九寸で、約音差一個分高い。（如欲解開這個謎，応先回顧一下，前文十二律相生表中出現清黄鍾与正黄鍾之間的「音差」。正黄鍾九寸，其半律四寸五分，而三分損益生所生祇四. 四三九寸，音略高約一個「音差」。）と述べ、さらにこの「音差」について図表を用いて説明しておられる。かなり難解な議論なのでここではその流れを大まかに見てみたい。まず、鄭氏が一一五～一一六頁に示す表「黄鍾九寸推定五個八度中格律的長度」は以下の通りである。

	黄	大	太	夾	姑	仲	蕤	林	夷	南	無	応
	9.000	8.428	8.000	7.492	7.111	6.660	6.321	6.000	5.619	5.333	4.994	4.741
(一)	8.879	8.315	7.892	7.391	7.015	6.569	6.236	5.920	5.543	5.262	4.927	4.677
(二)	8.760	8.203	7.786	7.291	6.921	6.481	6.152	5.840	5.468	5.191	4.861	4.614
(三)	8.641	8.092	7.681	7.193	6.828	6.394	6.069	5.761	5.395	5.121	4.795	4.552
(四)	8.524	7.984	7.577	7.097	6.736	6.308	5.988	5.683	5.323	5.052	4.731	4.490
(五)	8.410											

続いて次の図を示し（鄭氏一一六頁）、



次のような「図注」を付す。

①黄鍾は9寸であり、正律の黄鍾と清黄鍾との差0.121寸(9.000 - 8.879 = 0.121)を5°として計算・作図する。

②黄鍾9寸 = 360°, 1° = 0.025寸。

$$\text{よって } A_1 = \frac{0.121}{0.025} = 4.84^\circ \approx 5^\circ$$

図の空白のように A₂, A₃, A₄, A₅ は順次増加する。

③B₁, B₂, B₃, B₄, B₅ は表中の(一)~(五)の五つの黄鍾が、図中に占める度数である。

(①黄鍾為9寸, 正律黄鍾与清黄鍾的差0.121寸(9.000 - 8.879 = 0.121), 作為5°推算繪製。
 ②黄鍾9寸 = 360°, 1° = 0.025寸。
 則 $A_1 = \frac{0.121}{0.025} = 4.84^\circ \approx 5^\circ$
 A₂, A₃, A₄, A₅ 遞次增加, 如図空白。
 ③B₁, B₂, B₃, B₄, B₅ 為表中(一)(二)(三)(四)(五)五個黄鍾, 在此図中所佔度数。)

鄭氏は続けて

前の図の一番外側の円の「空白」A₅は、『詞源』原図の外周の「空白」と位置が等しい。ここからこれは、「音差」の蓄積により各律管が順次短くなつたため、律がひとつ増えた結果生じた現象だと言ふことができる。(前図最外圈的「空白」A₅, 与『詞源』原図外圈的「空白」位置相同。表示由於「音差」的積累, 導致各管的逐漸縮短, 增加了一律, 而產生的現象。)

と述べておられる。

正律の黄鍾と清黄鍾との差0.121寸とは、田邊氏の言われる「第1次 Comma」のことである⁽¹⁸⁾。この推論の流れを早速我々の表計算という道具で辿ってみよう。まず鄭氏の演算は前章で既に見た六十律と同じ演算である。六十律の演算では最終的には三分損益により得られたすべての律を音程順に並べるのであるが、ここでは相生順に十二の律ずつ(つまり1オクターブずつ)に区切り、その十二の律ごとで音程順に並べる、という操作

を行っているのである。表計算のシートを用いればこのような部分ごとのソートも自在に可能である。

- 1、三分損益相生順に十二ずつに区切る。
- 2、その十二ごとに音程順にソートする。

この手順により作成したのが図8である。よって鄭氏の言われる(一)から(五)の「五つの黄鍾」は、相

図8

	A	B	C	D	E	F
六十律相生順	六十律律名	六十律音程順	表計算による律の値			
1	1 黄鍾	1	9.00000000000000			
2	8 大呂	7	8.42798353909465			
3	3 太簇	11	8.00000000000000			
4	10 夾鍾	17	7.49154092363969			
5	5 姑洗	21	7.11111111111111			
6	12 中呂	27	6.65914748767972			
7	7 蕤賓	31	6.32098765432099			
8	2 林鍾	36	6.00000000000000			
9	9 夷則	42	5.61865569272977			
10	4 南呂	46	5.33333333333333			
11	11 無射	52	4.99436061575979			
12	6 應鍾	56	4.74074074074074			
13	13 執始	3	8.87886331690630			
14	20 分呂	8	8.31454598675085			
15	15 時息	13	7.89232294836115			
16	22 開時	18	7.39070754377853			
17	17 變虞	23	7.01539817632103			
18	24 商中	28	6.56651781669208			

12の律ごとに区切り、さらにその12ずつで音程順にソートする。

生順第 13・25・37・49・61（つまり $12n+1$ 番目）の律に他ならない。即ち京房の六十律の「執始」「丙盛」「分動」「質末」である⁽¹⁹⁾。

さらにその図の注によると、 A_1 は「黄鍾」と「執始」の律管長の差（即ち $9.000 - 8.879$ ）を、0.025（即ち、9 寸を 360° とした場合の 1° に相当する律管長）で除した値である。ならば続く A_2 は「執始」と「丙盛」の律管長の差であるから（図では B_2 の右端が A_1 の右端にある）、同様に

$$A_2 = (8.879 - 8.760) \div 0.025$$

となる訳である。今 A_n を求める式を

$$A_n = \frac{m}{0.025}$$

と置くならば、分子 m は互いに隣り合う「五つの黄鍾」の差（鄭氏の言う「音差」に当たる）であり、 $A_1 \sim A_5$ の値の大小はこの m の値の大小に比例する。

今この m の値を表計算で表示したのが図 9 である。問題となる「黄鍾」・「執始」・「丙盛」・「分動」・「質末」と第六十一律について、それぞれの「音差」を求めている。一見して明らかなように、この m の値は徐々に小さくなっていく。鄭氏の言われるように「順次増加（逡次増加）」はしないのである。ならば、

外側の円の空白 A_5 は、『詞源』原図の外周の空白と位置が等しい（前図最外圈的「空白」 A_5 、与『詞源』原図外圈的「空白」位置相同）

と、空格の円周上の位置に注目されている鄭氏の論を認めるためには、A の（五）どころか、相当な回数三分損益のサイクルを繰り返さなければならないことにはならないだろうか。

図 9

	A	B	C	D	E	F
1	六十律 相生順	律名	六十律 音程順	表計算による律の値	左の律管長の差 (即ち m の値)	
2	1	黄鍾	1	9.00000000000000		
3	13	執始	3	8.87886331690630	0.121137	
4	25	丙盛	4	8.75935708892270	0.119506	
5	37	分動	5	8.64145937072432	0.117898	
6	49	質末	6	8.52514851236226	0.116311	
7	61			8.41040315528796	0.114745	

注: 値は徐々に小さくなる

また空格の位置自体、鄭氏は「空白」が本来「南呂・未」があるべき場所にあると言われるが⁽²⁰⁾、必ずしもすべての伝本がそうなっていない。①静嘉本②宛本は「西」にあり、⑥楡本は「未」と「申」にまたがっている。もっともこれらの伝本も（静嘉本のような鈔本は特にそうなのだが）音律を必ずしも理解せず書き写しているためか、円周を十三に区切る線にかなり無理が生じている。例えるなら、丸いケーキを十二等分するのは比較的容易だが、十三人に平等に切り分けるのは難しいのと同じ理屈だろう。だとすると、空格の位置のみを根拠とするのは慎重にしなければならない。鄭氏の論証には以上のように、 $A_1 \sim A_5$ の計算方法と空格の位置、という二点から、にわかには首肯し難い部分がある。

勿論この空格の音律学的意味についてはこれだけではとても即断できるものではない。今後より慎重に鄭氏の説を検討しなければならないことは言うまでもないが、そのためにはそもそも音程を角度で表す「角度値」⁽²¹⁾を用いなければならず、さらに稿を改めて考察してみたいと思う。

以上、表計算ソフトのシートに音律の演算を展開し、それを様々に操作することによって、『続漢志』の演算には相生順の一つ前の律に対して三分損益を行い、その端数を切り捨てる、という方法が採られていること、また張炎『詞源』所収の「隔八相生図」の空格は「音差（第1次 Comma）」の蓄積では説明しにくいことを確かめることができた。音律学の理解には相当煩雑な演算という手続きを避けて通ることはできないのであるが、そのために表計算という道具が大変に有効であると言える。将来はこうした音律学の理解を助けるための表計算シート或いはプログラムを作成し公開できればと考えている。

註

- (1) 「京房の六十律—兩漢經学の展開と音律学—」『日本中国学会報』第三一輯 一九七九
- (2) 『漢魏思想史研究』明治書院 一九八八
- (3) 『音楽理論』改訂版 共立出版 昭和三十一年
- (4) 田邊氏前掲『音楽理論』第3章§14 参照
- (5) 排印点校本『後漢書』（中華書局 一九六五）律曆志上とその「校勘記」によった。
- (6) 堀池氏前掲「京房の六十律」八〇頁参照
- (7) 田邊氏前掲『音楽理論』第2章§3 参照
- (8) 田邊氏前掲『音楽理論』第3章§14 参照
- (9) Microsoft Excel 97 SR 2を使用。
- (10) このようにあらかじめ必要な数字を入力したセルを用いた演算式ならば、一つの式を入力すれば残りの全てのセルを「コピー」や「フィル」のコマンドで埋めることができるわけである。
- (11) 「表計算による演算結果」は小数点以下を四捨五入している。
- (12) 例えば『古今図書集成』では、同心円状の七音図と十二律呂図の円盤の中心がこよりで留めてあり、回転させて「旋宮」を行えるようになっている。
- (13) 詞源輪読会編『張炎「詞源」訳注稿』第一～五冊（一九九二・九四・九六・九七・九九）
- (14) ㊶胡本と㊶夏本は巻上を収録していない。
- (15) 鄭孟津・呉平山著『詞源解箋』浙江古籍出版社一九九〇
- (16) （清）鄭文焯撰『詞源斟律』大鶴山房全書
- (17) 詞源の各板本については松尾肇子氏「明清における張炎『詞源』の受容」（『汲古』第33号 汲古書院 平成十年）及び「板本の系統について」（『張炎詞源訳注稿』第二冊所収）を参照されたい。
- (18) 田邊氏前掲『音楽理論』第3章§7 Comma 問題とその解決法
- (19) 相生順61番目の律は京房六十律から外れ、（宋）錢樂之の三百六十律の律に属するので、別稿に譲る。
- (20) 南呂未応有的位置剩下的是一個「空白」（鄭氏前掲『詞源解箋』第三章「律呂隔八相生図」一一八頁）
- (21) 前掲田邊氏『音楽理論』第2章§3（3）を参照